Corrente Alternada

Prof. Fábio de Oliveira Borges

Curso de Física II

Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense

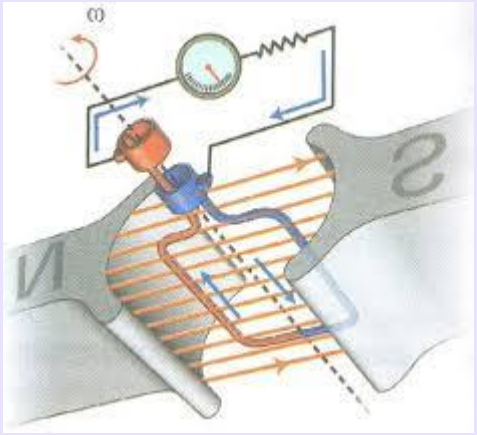
Niterói, Rio de Janeiro, Brasil

http://cursos.if.uff.br/fisica2-2015/

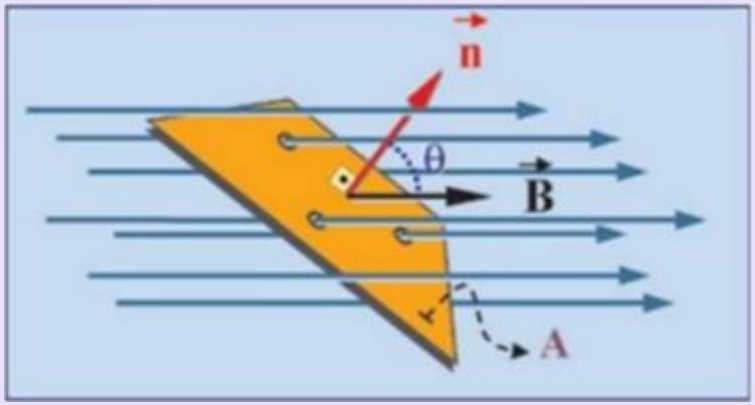
INSTITUTO DE FÍSICA

Universidade Federal Fluminense

Gerador de Corrente Alternada

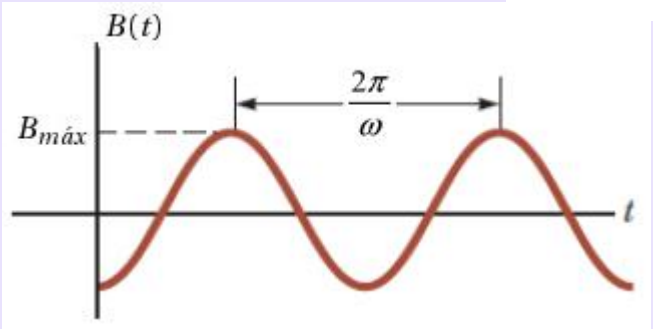


Suponha uma bobina com N voltas, todas com a mesma área A, girando com velocidade angular constante ω em um campo magnético uniforme.



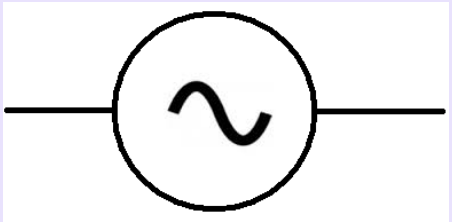
Fluxo magnético:

$$\phi_B = \int \vec{B}.d\vec{A} = BA\,cos\theta \rightarrow \theta = \omega t$$



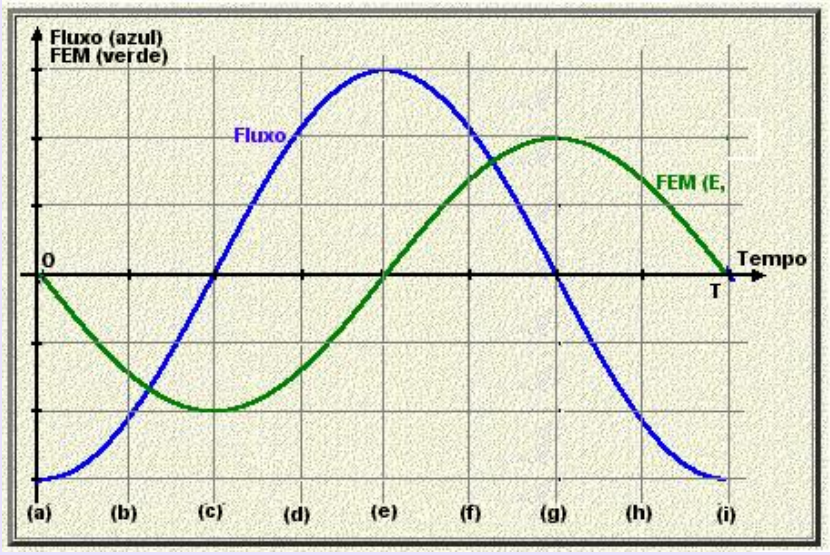
$$\Rightarrow \phi_B = BA\,cos\omega t$$

Símbolo



Gerador CA

Gerador de Corrente Alternada



fem induzida na bobina

$$\varepsilon = -N\frac{d\phi_B}{dt} = -NAB\frac{d}{dt}(cos\omega t)$$

$$\Rightarrow \varepsilon = NAB\omega\ sen\omega t$$

Voltagem instântanea nos terminais do gerador de CA

$$\omega t = \frac{\pi}{2}\ ou\ \frac{3\pi}{2} \Rightarrow sen\omega t = \pm 1 \Rightarrow \vec{B} \perp \hat{n} \Rightarrow \phi_B = 0\ e\ \varepsilon = \pm\varepsilon_{máx}$$

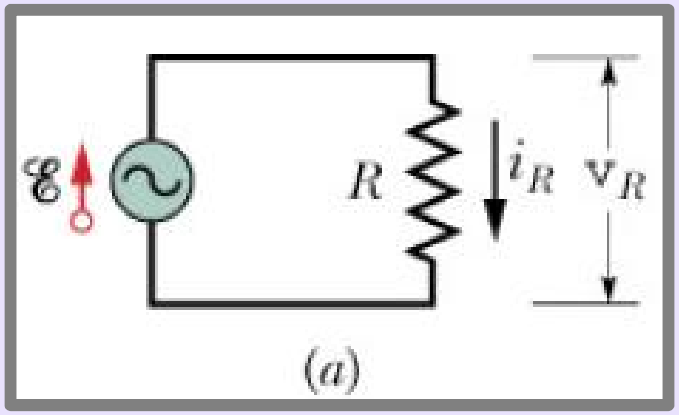
$$\Rightarrow \varepsilon = \varepsilon_{máx} = NAB\omega \rightarrow Voltagem\ de\ pico\ do\ gerador$$

$$\omega t = 0\ ou\ \pi \Rightarrow sen\omega t = 0 \Rightarrow \vec{B} // \hat{n} \Rightarrow \phi_B = \phi_{máx} = BA\ e\ \varepsilon = 0$$

$$\Rightarrow \varepsilon = \varepsilon_{mín} = 0 \rightarrow Voltagem\ nula\ no\ gerador$$

$\omega = 2\pi f \rightarrow f$ = frequência em *Hz* $\Rightarrow$ Brasil: $f = 60Hz \Rightarrow \omega \approx 377 rad/s$

Resistência num circuito CA



Pela lei de Kirchhoff:

$$\varepsilon - v_R = 0 \qquad \Rightarrow v_R = \varepsilon$$

$$\Rightarrow v_R = \varepsilon_{máx}\ sen\omega t$$

queda instantânea de voltagem no resistor

$$ou \rightarrow v_R = \underbrace{i_{máx}R}_{V_R}\ sen\omega t$$

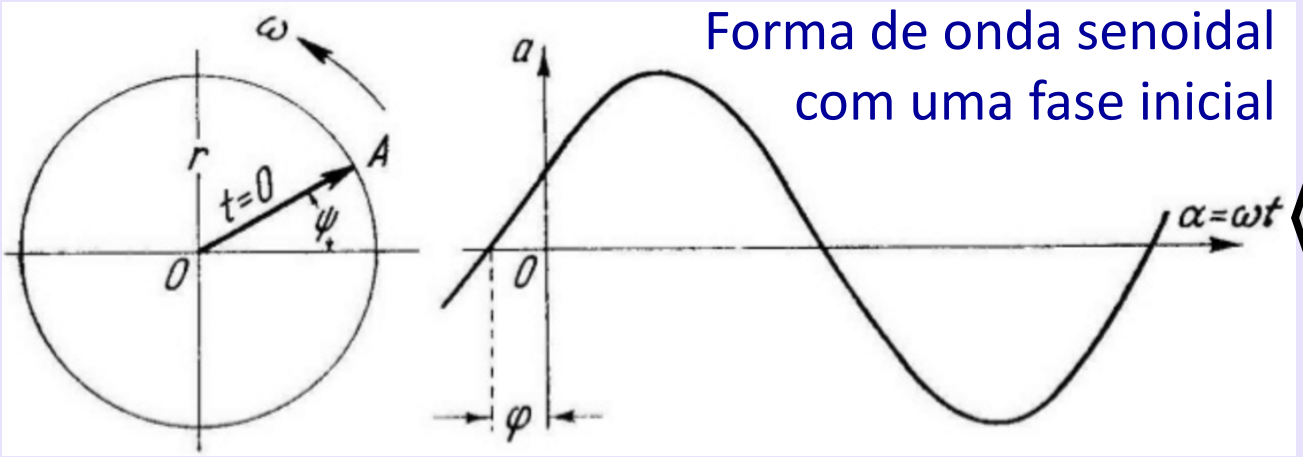
- Corrente instantânea

$$i_R = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon_{máx}}{R}\ sen\omega t = i_{máx}\ sen\omega t$$

$$i_{máx} = \frac{\varepsilon_{máx}}{R} \rightarrow corrente\ de\ pico$$

"i_R e v_R variam com $sen\omega t$ e atigem os valores máximos (de pico) em um mesmo instante de tempo $\Rightarrow$ as duas grandezas estão em fase."

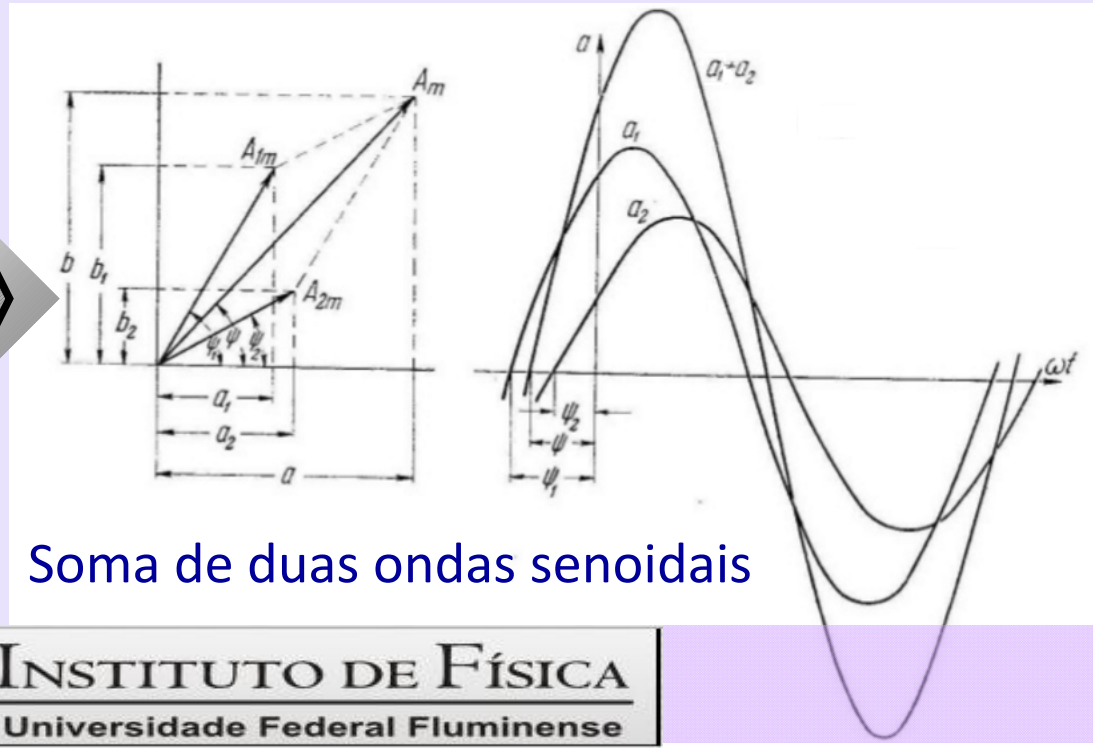
Fasores



Forma de onda senoidal com uma fase inicial

Representação fasorial

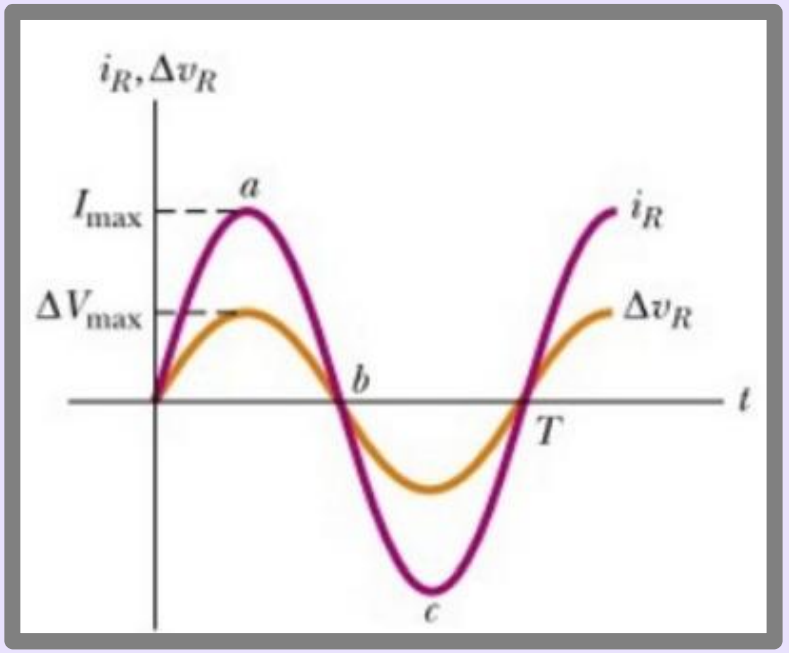
Adição de vetores (fasores)

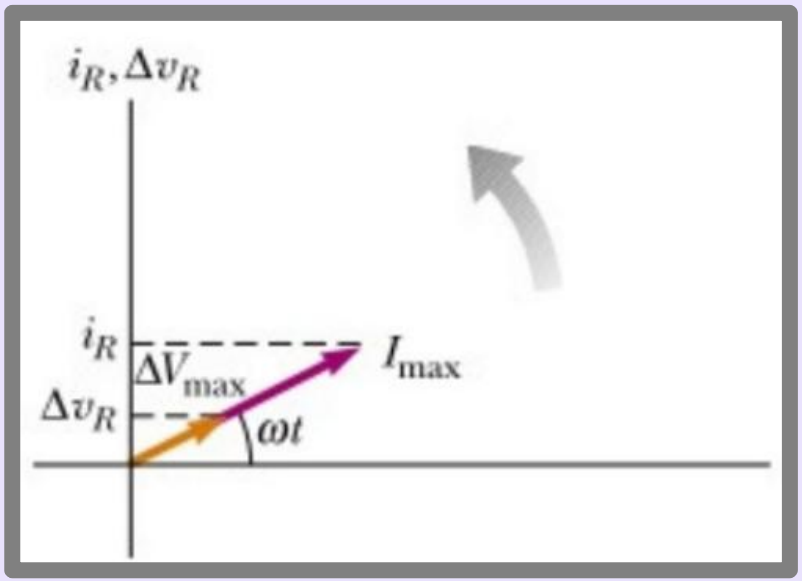


Soma de duas ondas senoidais

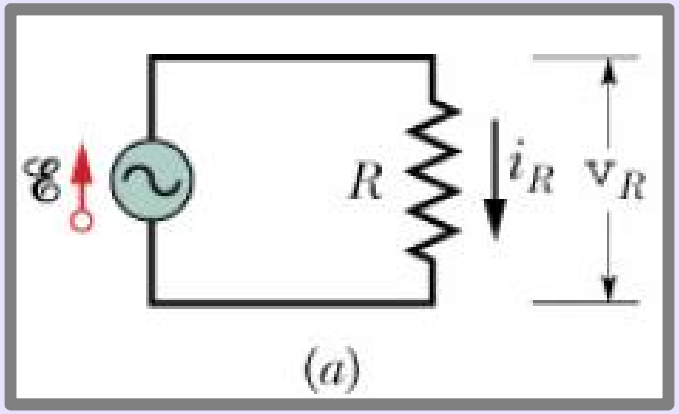
Resistência num circuito CA

$$i_R = i_{máx}\ sen\omega t$$
$$v_R = i_R R$$





Potência dissipada no resistor



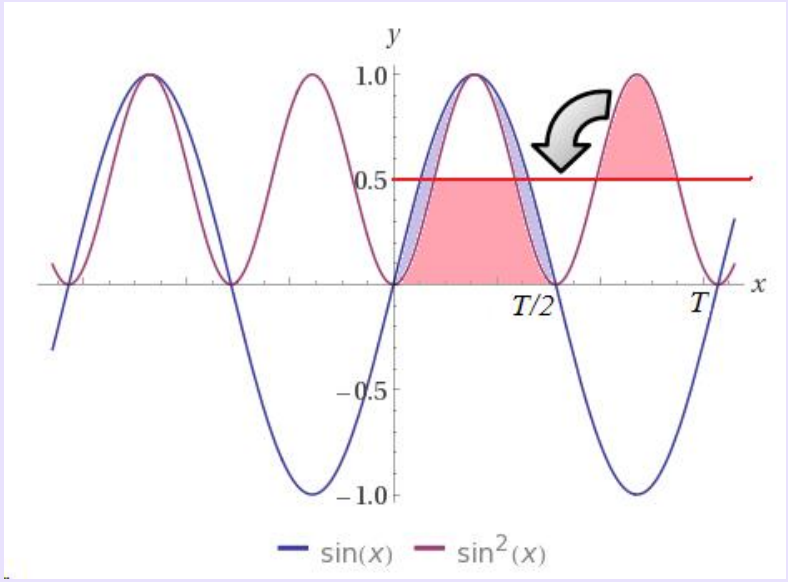
$$P = i^2 R = (i_{máx}\ sen\omega t)^2 R$$

$$\Rightarrow P = i_{máx}^2 R\ sen^2 \omega t$$

Este valor instantâneo da potência não é de grande valia.

Potência média

$$< P >=< i^2 R >= i_{máx}^2 R < sen^2 \omega t >$$



$$\Rightarrow < sen\,\omega t >= \frac{1}{T}\int_0^T sen\,\omega t\,dt = 0$$

$$\Rightarrow < sen^2 \omega t >= \frac{1}{T}\int_0^T sen^2 \omega t\,dt$$

$$= \left[\frac{\omega t}{2T} - \frac{sen2\omega t}{4T}\right]_0^{2\pi} = \frac{1}{2}$$

Potência dissipada no resistor

$$\Rightarrow < P >= \frac{1}{2} i_{máx}^2 R$$

Assim, definimos o **Valor Quadrático Médio** ou **rms:**

A **corrente rms (i_{rms})** é o valor de corrente alternada que produziria em um resistor o mesmo efeito de aquecimento que uma corrente contínua.

$$Valor\ rms \rightarrow x_{rms} = \sqrt{< x^2 >}$$

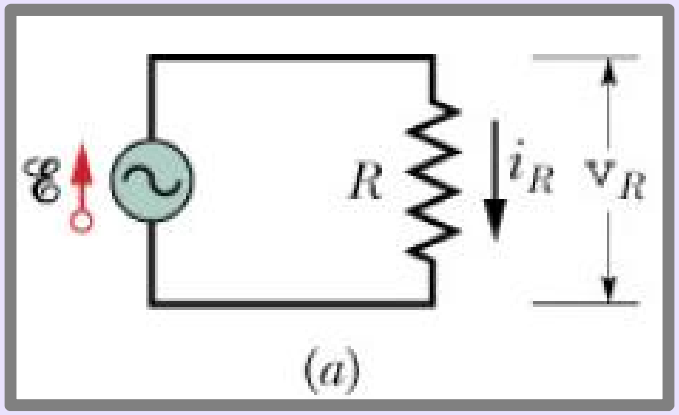
$$< i^2 >=< (i_{máx}\ sen\omega t)^2 >= \frac{1}{2} i_{máx}^2$$

$$\Rightarrow i_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2} i_{máx}^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} i_{máx}$$

- **O valor rms de qualquer função senoidal é numericamente igual ao seu valor máximo dividido por $\sqrt{2}$.**

Potência dissipada no resistor

Logo, a potência média dissipada no resistor é:



$$< P >= i_{rms}^2 R$$

No circuito ao lado a potência média fornecida pelo gerador é igual à potência dissipada no resistor:

$$< P >=< \varepsilon i >=< (\varepsilon_{máx}\ sen\omega t)(i_{máx}\ sen\omega t) >$$

$$< P >= \varepsilon_{máx} i_{máx}\ \ < sen^2 \omega t >$$

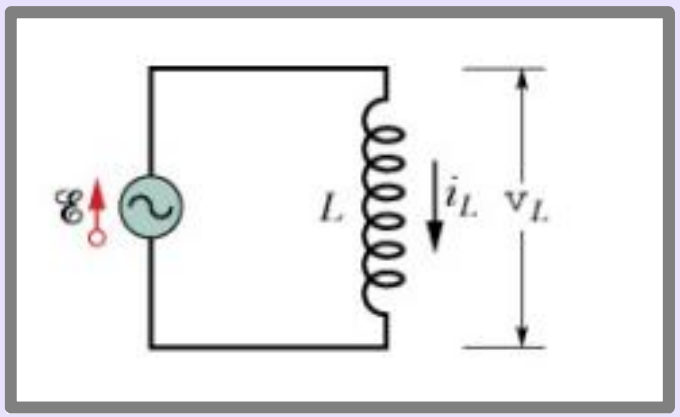
$$< P >= \frac{1}{2}\varepsilon_{máx} i_{máx}$$

$$sabendo\ que \rightarrow \varepsilon_{rms} = \frac{\varepsilon_{máx}}{\sqrt{2}}\ e\ i_{rms} = \frac{i_{máx}}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow < P >= \varepsilon_{rms} i_{rms}$$

O valor 120V é uma voltagem rms, o valor de pico real de uma tomada é ≈170V.

Indutores num circuito CA



Pela lei de Kirchhoff:

$$\varepsilon + v_L = 0 \qquad \Rightarrow \varepsilon - L\frac{di}{dt} = 0$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{máx}\ sen\omega t$$

$$\Rightarrow L\frac{di}{dt} = \varepsilon_{máx}\ sen\omega t$$

$$\Rightarrow i_L = \frac{\varepsilon_{máx}}{L}\int sen\omega t\ dt \qquad \Rightarrow i_L = -\frac{\varepsilon_{máx}}{\omega L}cos\omega t$$

$$identidade\ trigonométrica \rightarrow cos\omega t = sen(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

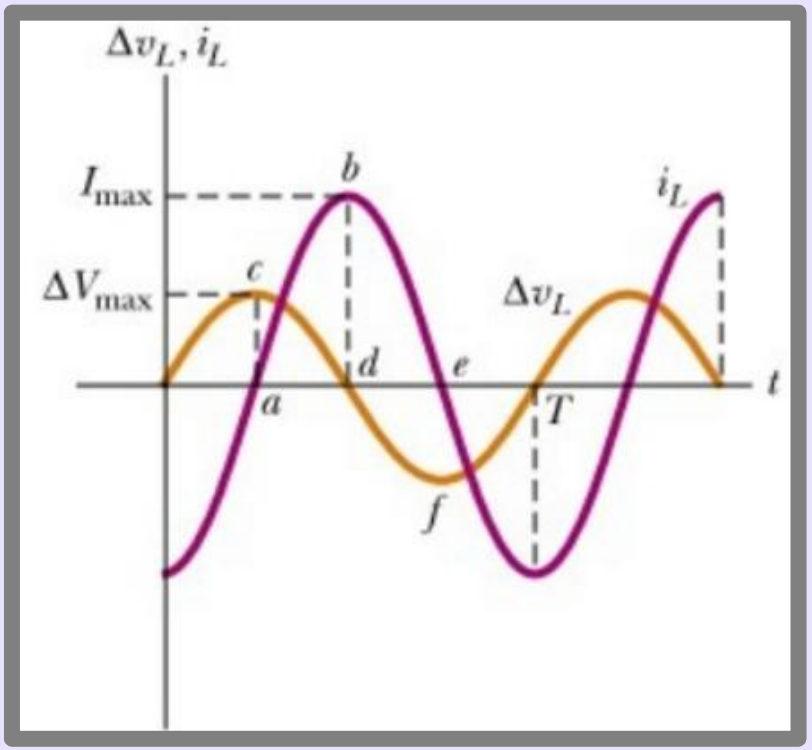
$$\Rightarrow i_L = \frac{\varepsilon_{máx}}{\omega L}\ sen(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

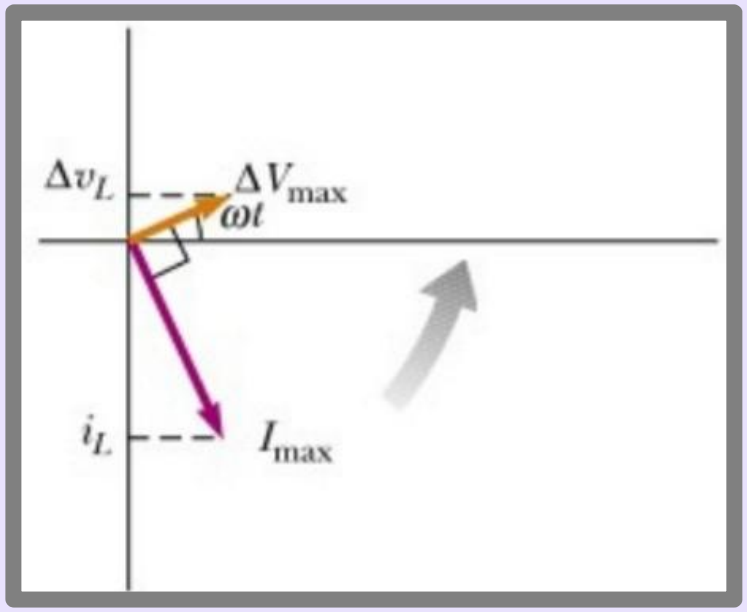
A corrente está atrasada da voltagem de $\pi/2$.

Indutores num circuito CA

"A corrente num indutor segue a voltagem com um atraso de 90º."

$$i_L = i_{máx}\ sen(\omega t - \tfrac{\pi}{2})$$
$$\varepsilon = \varepsilon_{máx}\ sen\omega t$$





Indutores num circuito CA

Corrente máxima

$$i_{máx} = \frac{\varepsilon_{máx}}{\omega L} = \frac{\varepsilon_{máx}}{X_L}$$

$$\Rightarrow X_L = \omega L \; [ohm]$$

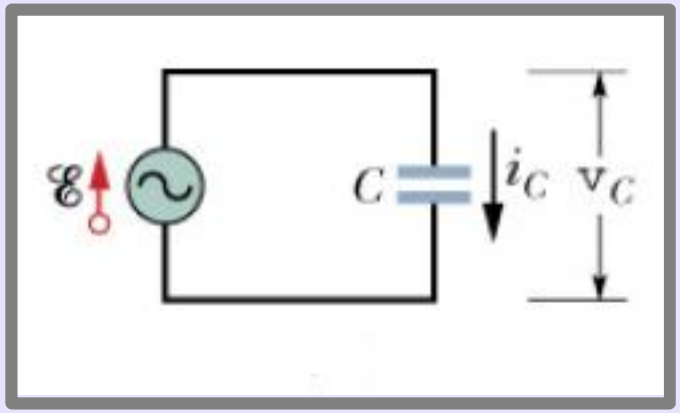
reatância indutiva

O conceito de reatância é usado a fim de não ser confundido com a resistência. A reatância se distingue da resistência pela diferença de fase entre a voltagem e a corrente.

$$\Rightarrow v_L = \varepsilon_{máx} \; sen\omega t = i_{máx} X_L \; sen\omega t$$

queda instantânea de voltagem no indutor

Capacitores num circuito CA



Pela lei de Kirchhoff:

$$\Rightarrow \varepsilon - \frac{q}{C} = 0$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{máx}\ sen\omega t$$

$$\Rightarrow q = C\varepsilon_{máx}\ sen\omega t$$

$$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow i_C = \omega C\varepsilon_{máx}\ cos\omega t$$

$$identidade\ trigonométrica \rightarrow cos\omega t = sen(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

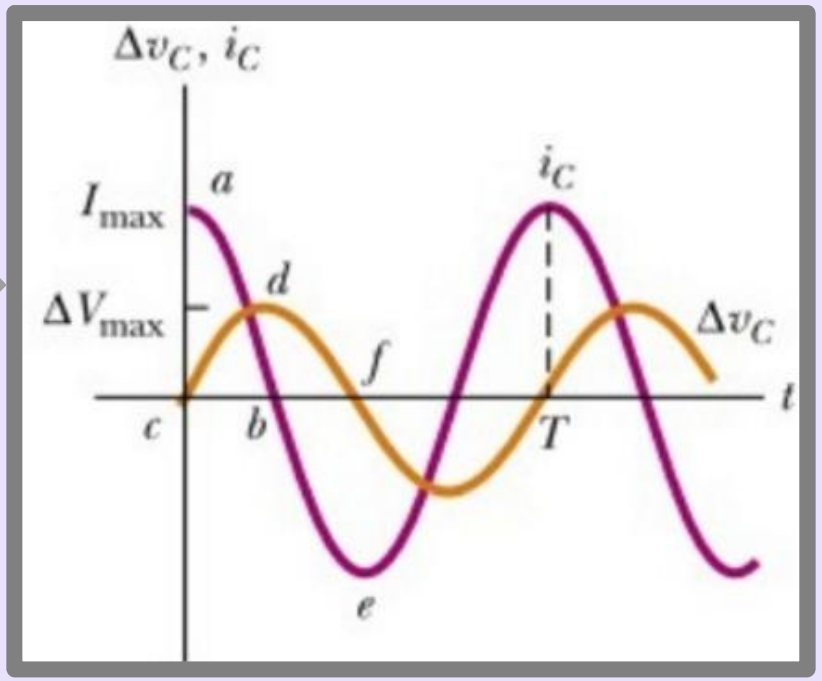
$$\Rightarrow i_C = \omega C\varepsilon_{máx}\ sen(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

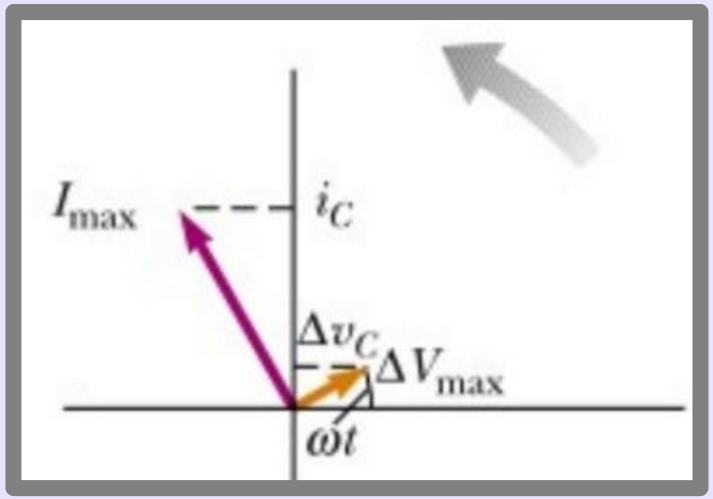
A corrente está adiantada da voltagem de $\pi/2$.

Capacitores num circuito CA

"A corrente num capacitor precede a voltagem adiantada de 90º."

$$i_C = i_{máx}\ sen(\omega t + \tfrac{\pi}{2})$$
$$\varepsilon = \varepsilon_{máx}\ sen\omega t$$





Capacitores num circuito CA

Corrente máxima

$$i_{máx} = \omega C \varepsilon_{máx} = \frac{\varepsilon_{máx}}{X_C}$$

$$\Rightarrow X_C = \frac{1}{\omega C}\,[ohm]$$

reatância capacitiva

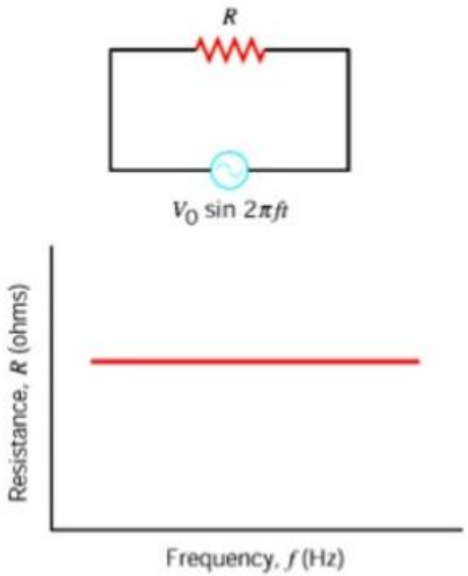
Assim como um resistor inpede o fluxo de carga através de um circuito, a reatância também. A grande diferença entre a reatância e a resistência e que a reatância não dissipa energia.

$$\Rightarrow v_C = \varepsilon_{máx}\ sen\omega t = i_{máx} X_C\ sen\omega t$$

queda instantânea de voltagem no capacitor

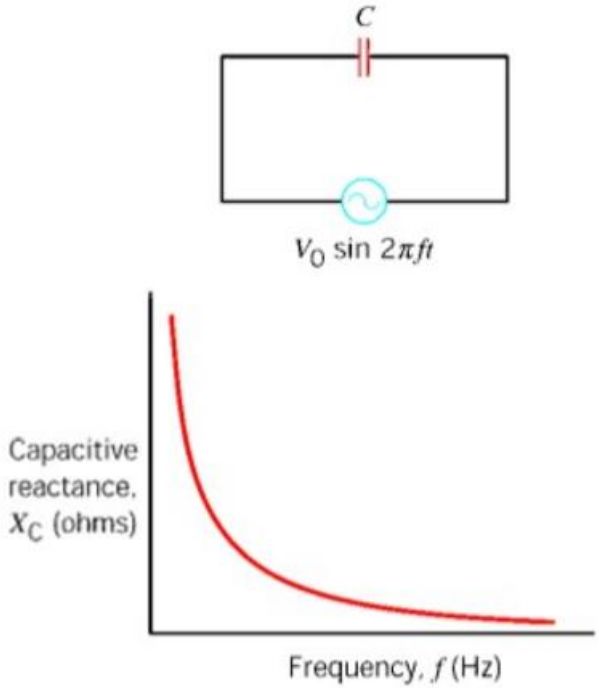
Dependência com a frequência

Resistência



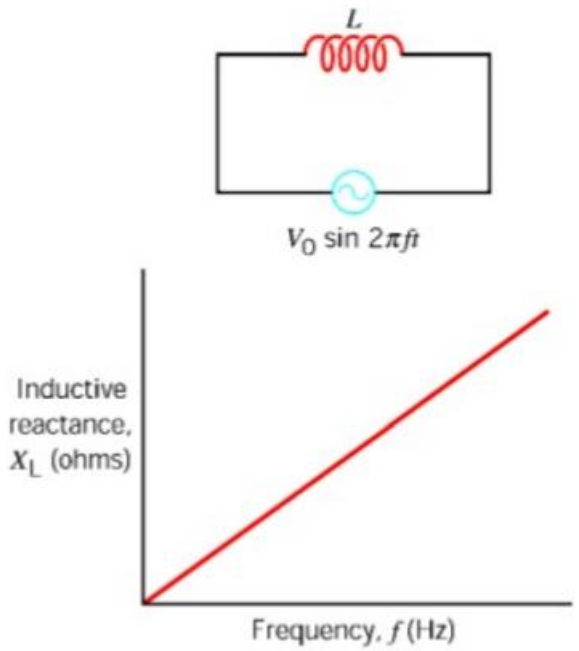
$$R = \frac{V_{rms}}{i_{rms}}$$

Reatância Capacitiva



$$X_C = \frac{V_{rms}}{i_{rms}} = \frac{1}{\omega C}$$

Reatância Indutiva



$$X_L = \frac{V_{rms}}{i_{rms}} = \omega L$$

- $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

Exercício 01

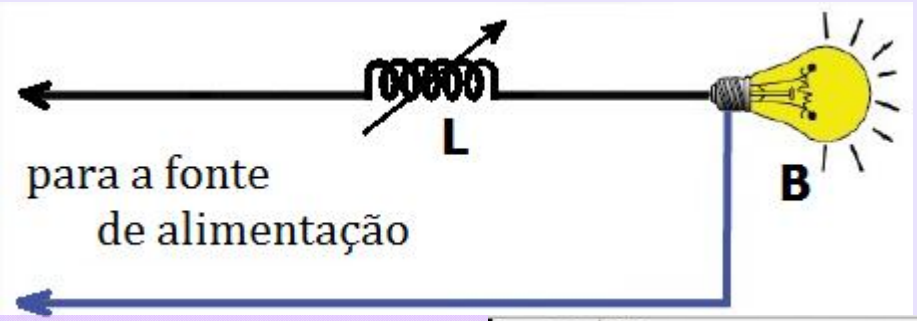
Um dimmer típico, como os que são usados para regular a luminosidade das lâmpadas, é composto por um indutor variável *L* (cuja indutância pode ser ajustada) ligado em série com uma lâmpada B, como mostra a figura abaixo. O circuito é alimentado com uma tensão de *120V rms*, *60Hz*; a lâmpada é de *120V, 1000W*.

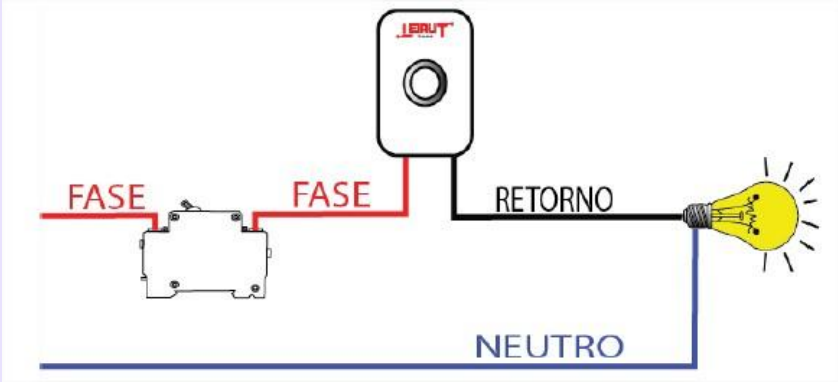
a) Qual deve ser os valores de $L_{mín}$ e $L_{máx}$ para que a potência dissipada na lâmpada possa variar entre *200* e *1000W*? (Suponha que a resistência da lâmpada seja independente da temperatura)

b) É possível usar um resistor variável (ajustável entre um $R_{mín}$ e um $R_{máx}$) no lugar do indutor?

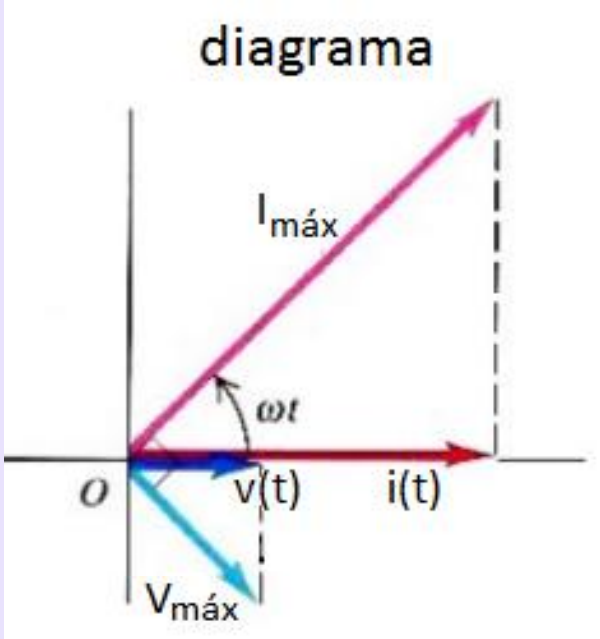
c) Nesse caso, qual deve ser o valor de $R_{mín}$ e $R_{máx}$?

d) Por que não se usa este método?





Exercício 02



O diagrama ao lado é a representação fasorial da corrente e da voltagem num certo elemento de um circuito. Sabendo que a corrente de pico no circuito é de 2mA e a frequência e a voltagem máxima do gerador é de 159,3Hz e 200V, respectivamente, responda:

a) O fasor representa a corrente e a voltagem instantânea em que elemento de circuito?

b) Escreva a equação para a voltagem sobre o elemento em qualquer instante de tempo.

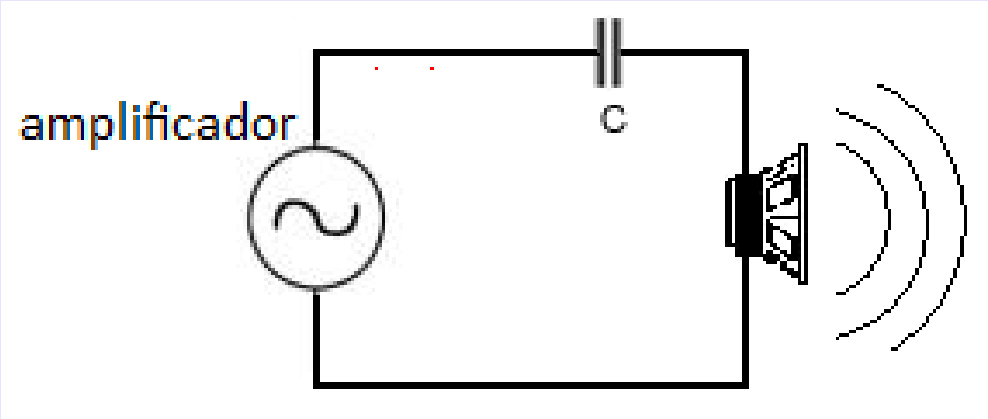
c) Escreva a equação para a corrente sobre o elemento em qualquer instante de tempo.

d) Qual é o valor da reatância deste circuito?

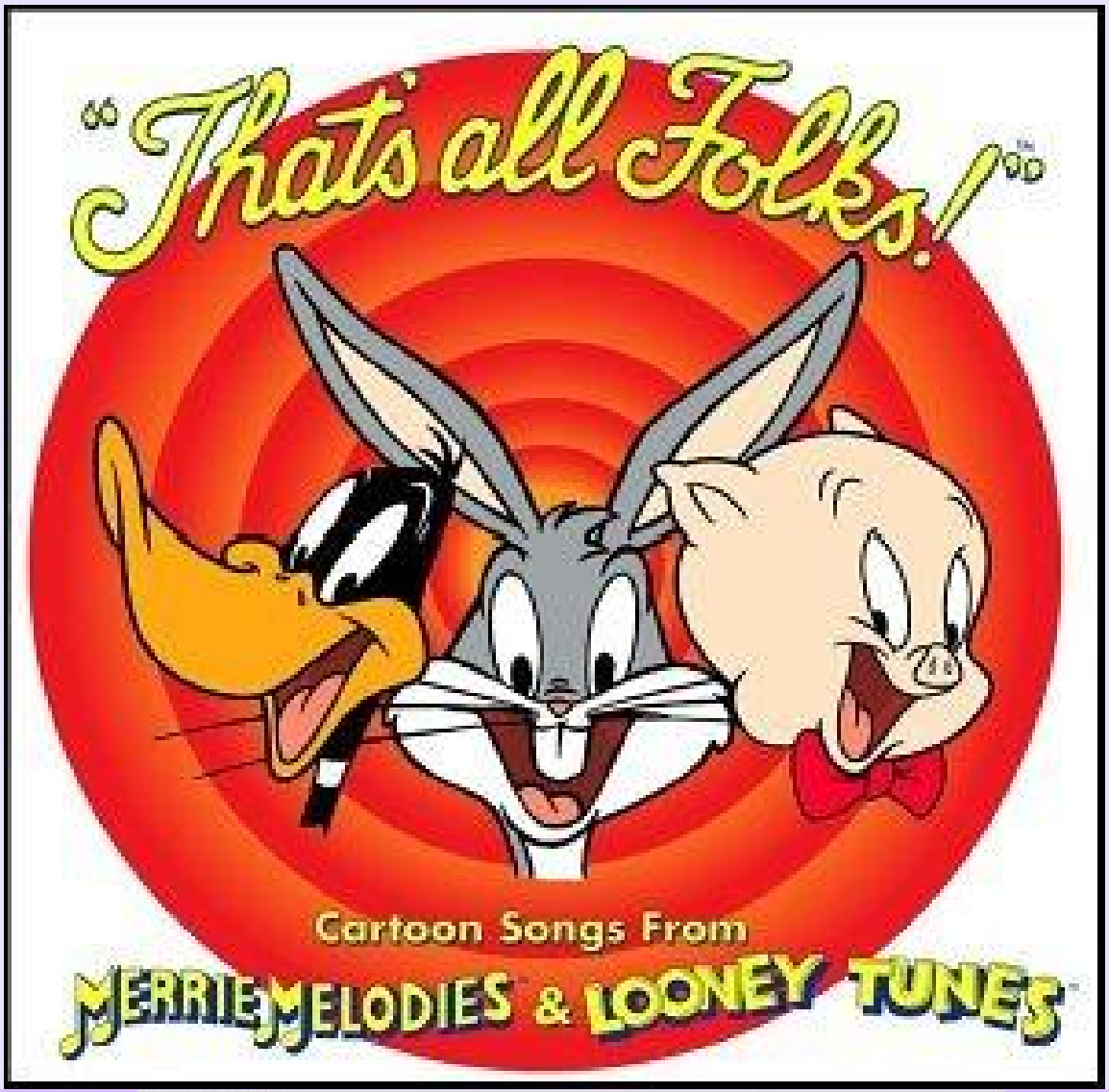
e) Qual é o valor do elemento identificado no item a)?

Exercício 03

Os sistemas de áudio convertem sinais elétricos em sons ao moverem o cone de um alto-falante para trás e para a frente na mesma frequência com a qual a tensão varia. Se a variação da baixa frequência da tensão de parede (da rede elétrica, *60Hz*) passar através do alto-falante, o resultado será um som de baixa frequência desagradável. A figura mostra uma versão simplificada de um circuito que filtra as baixas frequências. Com um sinal V_{rms} *= 120V*, qual deve ser o valor da capacitância para que o ruído seja reduzido para *1%* sabendo que a corrente no alto-falante para que um sinal musical seja audível e de *1,0A*.



FIM



INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense